

Numerical Factory

Rafael Ramírez Ros

Segundas Jornadas Ingeniería para Matemáticas
(15–17/05/2019)

Outline

- 1 Preguntas básicas
- 2 Objetivos, principios y obstáculos
- 3 MATLAB: Razones, ventajas y alternativas
- 4 Elementos básicos: Guiones, prácticas, quizzes y examen
- 5 Algunos ejemplos de prácticas

Outline

- 1** Preguntas básicas
- 2 Objetivos, principios y obstáculos
- 3 MATLAB: Razones, ventajas y alternativas
- 4 Elementos básicos: Guiones, prácticas, quizzes y examen
- 5 Algunos ejemplos de prácticas

¿Qué?

Es una iniciativa que parte de la voluntad de explicar **todas** las matemáticas desde una triple vertiente:

- Conceptual (desarrollo teórico del programa en clases de teoría)
- Manual (resolución de problemas pequeños operando a mano, en clases de problemas)
- Computacional (resolución numérica de problemas grandes usando el ordenador, en clases de prácticas)

¿Dónde?

- Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales (GETI).
- Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Barcelona (ETSEIB).
- Universidad Politécnica de Cataluña (UPC).
- Web: numfactory.upc.edu

¿Quién?

- Fundador y coordinador: Toni Susín (Toni.Susin@upc.edu)
- ETSEIB (UPC): Inma Baldomà, Carles Bonet, Jesús Fernández, Pere Gutiérrez, Gemma Huguet, Tomás Lázaro, Josep Masdemont, Juan R. Pacha, Marta Peña, Joaquim Puig y Rafael Ramírez
- EPSEVG (UPC): Carles Batlle y Joana Prat
- EPSEM (UPC): Josep M. Cors
- EPS (UdG): María Agualeles, Esther Barrabés y Marta Pellicer
- FMI (UB): Álex Haro y Albert Mas
- FM (UAB): Josep M. Mondelo y Joan Torregrosa

¿Cuándo?

- Guerra de guerrillas (2002-2010): Varios profesores del Departamento de MA1 entran en contacto con MATLAB y lo usan de forma independiente en su docencia
- Germen (2005-2011): Toni Susín imparte la ALE *Resolución de Problemas de Ingeniería con MATLAB*
- Impulso (2010): Se aprueba impartir un *Taller de Matemáticas* conjunto en las asignaturas de *Álgebra Lineal* y *Cálculo 1* en el nuevo Plan de Estudios de GETI
- Victoria (actualidad): Las seis asignaturas de matemáticas del GETI de la ETSEIB tienen prácticas de ordenador.

Outline

- 1 Preguntas básicas
- 2 Objetivos, principios y obstáculos**
- 3 MATLAB: Razones, ventajas y alternativas
- 4 Elementos básicos: Guiones, prácticas, quizzes y examen
- 5 Algunos ejemplos de prácticas

Objetivos

- 1 Mostrar que muchos problemas matemáticos (vamos a llamarlos “grandes”) son intratables a mano
- 2 Proporcionar una herramienta computacional potente para tratar esos problemas matemáticos “grandes”
- 3 Advertir de las limitaciones del cálculo numérico: ϵ de la máquina, problemas mal condicionados, propagación de errores, algoritmos inestables, problemas de convergencia, etc.
- 4 Enfatizar la importancia de la visualización de datos y resultados
- 5 Formar ingenieros capaces de abordar problemas con una perspectiva holística (conceptual, manual y computacional)

Principios

- 1** Apertura: Cualquiera puede acceder a las prácticas ya existentes y colaborar creando prácticas nuevas o mejorando las existentes
- 2** Autonomía: Los estudiantes deben ser capaces de aprender de forma autónoma
- 3** Centralidad: Todas las prácticas deben publicarse en un repositorio (y también pueden publicarse en otros sitios)
- 4** Ubicuidad: Todas las asignaturas de matemáticas deben tener prácticas computacionales
- 5** Uniformidad: Todas las prácticas deben tener un aspecto similar y reconocible
- 6** Validación: Los estudiantes deben realizar un examen presencial para evaluar sus conocimientos computacionales

Obstáculos

- 1 Los profesores tienen que formarse y asumir una carga de trabajo extra
- 2 Los estudiantes tienen que perder el miedo al ordenador y trabajar por su cuenta
- 3 La Escuela tiene que disponer del hardware (10 aulas informáticas) y software (licencias) necesarios
- 4 El Departamento tiene que aceptar reducciones en los programas académicos
- 5 Un coordinador tiene que crear coherencia entre diferentes asignaturas

Outline

- 1 Preguntas básicas
- 2 Objetivos, principios y obstáculos
- 3 MATLAB: Razones, ventajas y alternativas**
- 4 Elementos básicos: Guiones, prácticas, quizzes y examen
- 5 Algunos ejemplos de prácticas

Razones técnicas

- Es multiplataforma: Unix, Windows, Mac OS X y GNU/Linux
- Se pueden escribir “scripts” (programas propios) y usar “toolboxes” (librerías)
- Es muy potente en la visualización de datos y resultados
- Gestiona ficheros (de imágenes, de datos, de sonido) en infinidad de formatos
- Interacciona con infinidad de dispositivos: ratón, cámaras, impresoras (2D y 3D), sensores (micrófonos, sonómetros, acelerómetros, etc.), dispositivos hápticos y de realidad virtual, placas Arduino, etc.

Razones pedagógicas

- En un lenguaje interpretado (no se compila)
- Posee un potente editor que detecta automáticamente los errores de novato
- Facilita muchos cálculos matemáticos estándar (resolución de sistemas lineales, diagonalización de matrices, integración numérica, ceros y mínimos de funciones, etc.)
- Por tanto, el estudiante puede concentrarse en las ideas sin ser abrumado por los tecnicismos de la implementación
- Permite la creación directa de guiones de prácticas en formato HTML

Razones logísticas

- La UPC tiene la licencia de Campus, luego todos los profesores y estudiantes pueden instalar MATLAB en sus propios ordenadores
- (Otras 30 Universidades españolas tienen esa licencia)
- Muchos profesores del Departamento tenían conocimientos previos de MATLAB

Ventajas debidas a su popularidad

- Es un software computacional estándar en los departamentos de Ingeniería de muchas empresas
- Esta misma semana hay más de 70 ofertas de trabajo para España publicadas en Infojobs que piden tener conocimientos de MATLAB
- Hay más de 3000 libros con la palabra “MATLAB” en el título a la venta en Amazon
- Es fácil encontrar respuestas en la web a casi cualquier pregunta o duda sobre MATLAB
- Es fácil encontrar programas ya hechos de los que aprender

Posibles alternativas

- Si alguna vez la UPC deja de pagar la licencia, se cambiará de software
- Existe una “versión” libre de MATLAB: Octave
- Python es otra opción que gana fuerza por su carácter libre y uso extendido (está en el top3 en muchas listas de lenguajes de programación más usados/requeridos).

Outline

- 1 Preguntas básicas
- 2 Objetivos, principios y obstáculos
- 3 MATLAB: Razones, ventajas y alternativas
- 4 Elementos básicos: Guiones, prácticas, quizzes y examen**
- 5 Algunos ejemplos de prácticas

Elementos básicos (en orden cronológico)

- Guiones: Materiales públicos para el aprendizaje autónomo; son la base de las prácticas
- Prácticas: Clases de duración variable (30m – 2h) donde se presenta y resuelve un problema siguiendo un guión
- Quizzes: Pruebas online que permiten la auto evaluación de las prácticas
- Examen: Prueba presencial final de validación de conocimientos

Guiones/prácticas: Elección de problemas

- 1 Escoger problemas interesantes/importantes
- 2 Que no se puedan resolver con lapiz y papel
- 3 Que requieran nuevos conocimientos de MATLAB (para potenciar el efecto acumulativo)
- 4 Que permitan visualizaciones y/o animaciones atractivas
- 5 Que tengan aplicaciones claras
- 6 Que motiven al (buen) estudiante a continuar trabajando

Guiones/prácticas: Etapas

- 0 Previa (no presencial): El estudiante lee el guión antes de realizar la práctica
- 1 Conceptual: Recordar/introducir los conceptos matemáticos involucrados
- 2 Formal: Describir las ideas de programación y comandos de MATLAB necesarios
- 3 Básica: Presentar el código completo de la resolución de algunos ejercicios simples
- 4 Avanzada: Resolver algún ejercicio (conceptual o técnicamente) más interesante
- 5 Posterior (no presencial): Proponer varios ejercicios adicionales (dando el código completo o la solución final para permitir la auto evaluación)

Quizzes

- Tests online cerrados con preguntas de respuesta puramente numérica
- Generación paramétrica aleatoria mediante MATLAB a partir de modelos preparados por el profesorado con el formato adaptado a la plataforma *Moodle* de la UPC
- Usualmente son obligatorios para poder presentarse al examen, pero no cuentan para la nota final
- Corrección automática, autoevaluación inmediata
- Preparan para el examen, pues contienen preguntas similares en dificultad y enfoque
- Usualmente se activan durante un día y deben responderse en 15-30 minutos
- Obligan al estudiante a ir al día

Examen

- Test similar a los quizzes, pero presencial por turnos (hay unos 400 estudiantes) en las aulas de informática
- Situación estresante para estudiantes y profesores
- Suelen proporcionar un 10% de la nota final
- Unos 50 minutos de duracion
- Corrección automática, evaluación inmediata (y revisable)
- Rastro en papel en caso de problema (corte de luz, etc.)
- Acceso general a Internet cortado, pero se permite el acceso a los guiones
- Usualmente, no se permiten dispositivos de memoria propios

Asignaturas

- **Álgebra Lineal (AL):** Estructuras algebraicas, espacios vectoriales, aplicaciones lineales, diagonalización, Jordan, sistemas dinámicos discretos [6 créd., 1er cuat.]
- **Cálculo 1 (C1):** Continuidad, derivación e integración en una variable, series [6 créd., 1er cuat.]
- **Geometría (Geo):** Geometría afín, SVD, multiplicadores de Lagrange, cuádricas [6 créd., 2o cuat.]
- **Cálculo 2 (C2):** Continuidad, derivación e integración en varias variables, Laplace, Fourier [6 créd., 2o cuat.]
- **Ecuaciones Diferenciales (EDs):** Cálculo vectorial, EDOs, EDPs [6 créd., 3er cuat.]
- **Métodos Numéricos (MNs):** Elementos finitos 1D y 2D [4.5 créd., 3er cuat.]

Tabla de asignaturas

Asig.	Guiones #	Prácticas		Quizzes			Examen %NF
		Auto	Clase	#	%NF	Tipo	
AL	5	1	2	3	0%	Ob	10%
C1	3	1	2	3	0%	Ob	10%
C2	5	2	"1"	3	0%	Op	10%
Geo	4	3	0	3	0%	OA	10%
EDs	3	0	"3"	3	0%	Op	10%
MNs	25	10	15	9	10%	NF	54%

Hay 4 tipos de quizzes:

- Op = Realización opcional
- Ob = Obligatorio para presentarse al examen
- OA = Obligatorio aprobar para presentarse al examen
- NF = Da una parte de la nota final

Outline

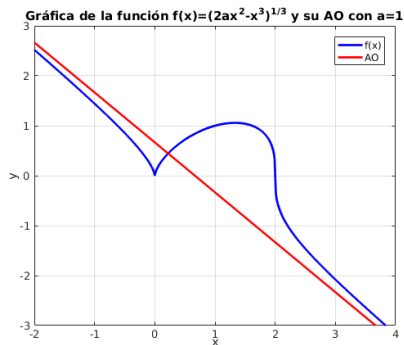
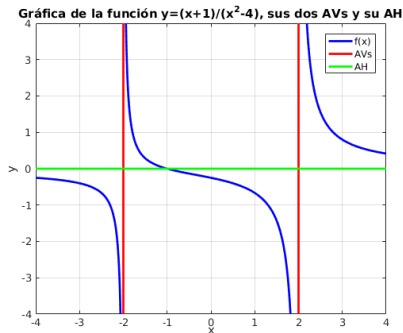
- 1 Preguntas básicas
- 2 Objetivos, principios y obstáculos
- 3 MATLAB: Razones, ventajas y alternativas
- 4 Elementos básicos: Guiones, prácticas, quizzes y examen
- 5 Algunos ejemplos de prácticas**

C1: Gráficas de funciones y animaciones

Las etapas de esta práctica son:

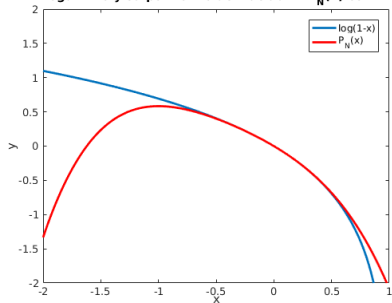
- Conceptual: Gráfica de una función $y = f(x)$
- Formal: Comandos `plot` y `find`, funciones inline 1D
- Básica: Gráficas de algunas funciones de la lista de problemas con diferentes tipos de asíntotas
- Avanzada: Aproximación de π por Montecarlo (comando `find`), visualización de la convergencia de las series de Taylor (comando `pause`), animación de un osciloscopio (comando `drawnow`)
- Posterior: Animaciones espirógrafo y curvas de Lissajous

C1: Gráficas de funciones y animaciones (asíntotas)

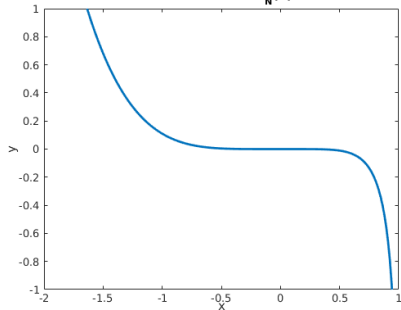


C1: Gráficas de funciones y animaciones (Maclaurin)

El logaritmo y su polinomio de Maclaurin $P_N(x)$ con $N=4$



El residuo de Maclaurin $R_N(x)$ con $N=4$



C1: Gráficas de funciones y animaciones (Lissajous)



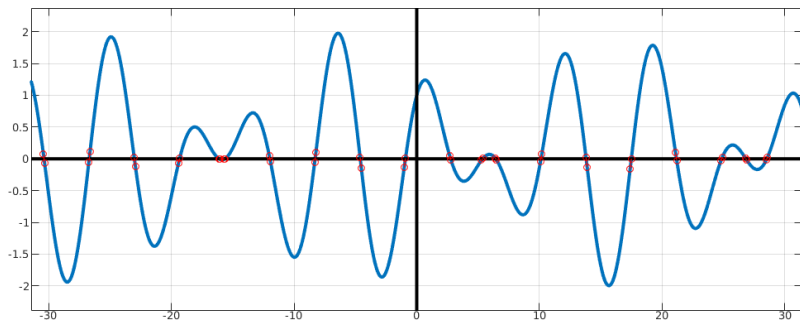
$$(x(t), y(t)) = (\sin(at), \sin(bt)) \text{ con } a/b = 0.7$$

C1: Ceros/raíces de funciones

Las etapas de esta práctica son:

- Conceptual: Bolzano, Rolle, ecuación $f(x) = 0$ en un intervalo $[a, b]$ tal que $f(a)f(b) < 0$, métodos de bisección y secante, convergencia
- Formal: ϵ de la máquina (comando `eps`), concepto de tolerancia, comando `fzero` (opcional, es una caja negra)
- Básica: Cálculo de raíces en intervalos “pequeños”
- Avanzada: Detección y refinado de (todas las) raíces en intervalos grandes (\rightsquigarrow bifurcaciones)
- Posterior: Detección y refinado de raíces de funciones cuasiperiódicas en intervalos grandes

C1: Ceros/raíces de funciones (cuasiperiódicas)



$f(x) = \cos x + \sin \frac{x}{\sqrt{2}}$ tiene 20 ceros en $[a, b] = [-10\pi, 10\pi]$.

C2: Derivación numérica

Las etapas de esta práctica son:

- Conceptual: Gradiente, diferencias finitas 1D y 2D, orden del error, operador de Prewitt
- Formal: Funciones inline 2D, cargar y mostrar imágenes en color, comando `rgb2gray`
- Básica: Aproximar derivadas de funciones de una variable
- Avanzada: Aproximar derivadas parciales y gradientes de funciones de varias variables
- Posterior: Detectar contornos de imágenes usando diferentes operadores (filtros)

C2: Derivación numérica (detección de contornos)



Imagen JPG inicial

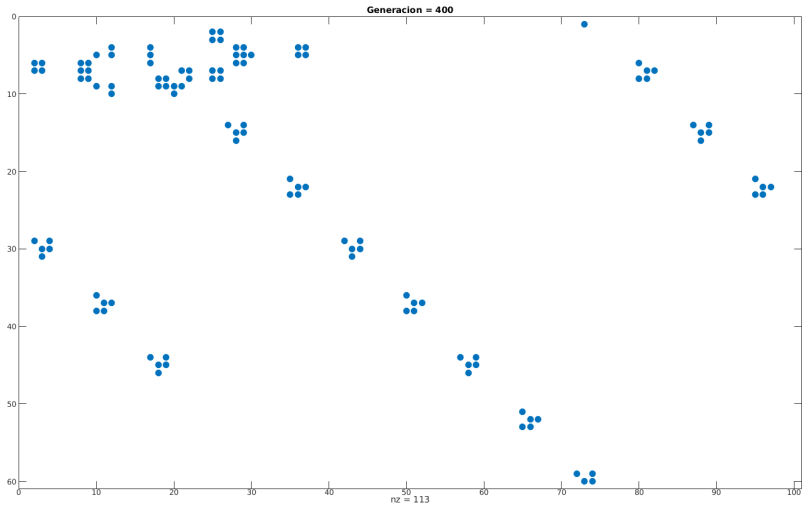


Imagen PNG final

AL: El juego de la vida

- Es un automata celular diseñado por J. Conway en 1970
- Universo rectangular cuyas celdas pueden estar vivas o muertas y siguen la regla B3/S23
- Estado = Matriz rectangular que cambia dinámicamente
- Las etapas de esta práctica son:
 - Conceptual: Motivación y reglas
 - Formal: Bucles y condicionales en MATLAB, cargar y mostrar imágenes en B&N
 - Básica: Estado inicial aleatorio o imagen B&N dada
 - Avanzada: Mostrar estados estacionarios, periódicos, “spaceships” y “guns”; graficar #{celdas vivas}
 - Posterior: Cambiar las reglas, universo toroidal

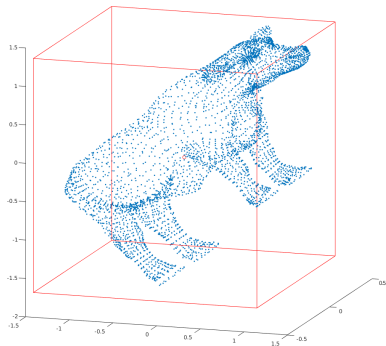
AL: El juego de la vida



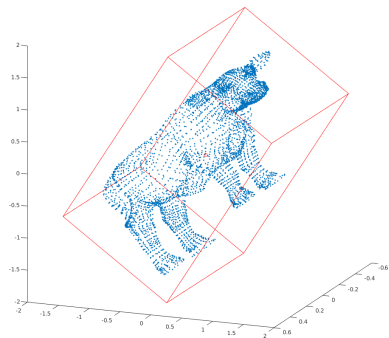
AL: Cálculo y visualización de “Bounding Boxes”

- Útiles en computación gráfica y geometría computacional para la detección de colisiones y cálculos de “ray-tracing”
- Las etapas de esta práctica son:
 - Conceptual: VAPs y VEPs, matriz de covarianza, cambios afines de coordenadas, ABBs y OBBs
 - Formal: Comandos `eig`, `sort` y `plot3`, carga de ficheros de datos, función `plotBB.m`
 - Básica: Cálculo de VAPs y VEPs de algunas matrices de la lista de problemas
 - Avanzada: Cálculo y visualización de ABBs y OBBs con ficheros de modelos 3D reconocibles (armadillo, caballo, ciervo, conejo, hombre, mujer, trabajador, silla, vaca, etc.)
 - Posterior: Comparación de volúmenes de ABBs y OBBs, cálculo de OBBs con ejes dados

AL: Cálculo y visualización de “Bounding Boxes”



ABB



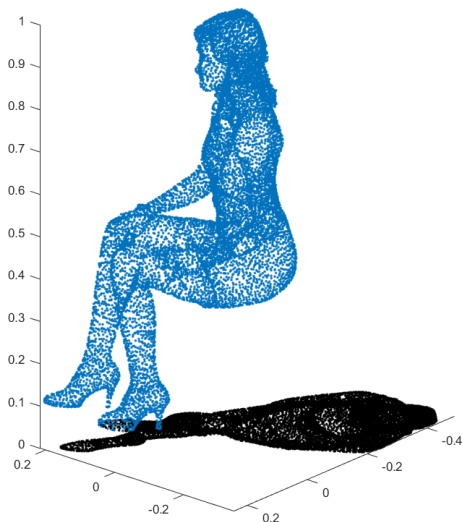
OBB

Geo: Proyecciones

Las etapas de esta práctica son:

- Conceptual: Proyección de un vector sobre un subespacio (o su ortogonal), proyección ortogonal de un punto sobre una variedad lineal, proyección no ortogonal de un punto de \mathbf{R}^3 sobre un plano
- Formal: Comandos `null`, `rank` y `dot`
- Básica: Cálculo de algunas proyecciones de la lista de problemas
- Avanzada: Cálculo de sombras planas creadas por un foco (puntual o direccional)
- Posterior: Cálculo de sombras no planas creadas por un foco (puntual o direccional)

Geo: Proyecciones (cálculo de sombras)

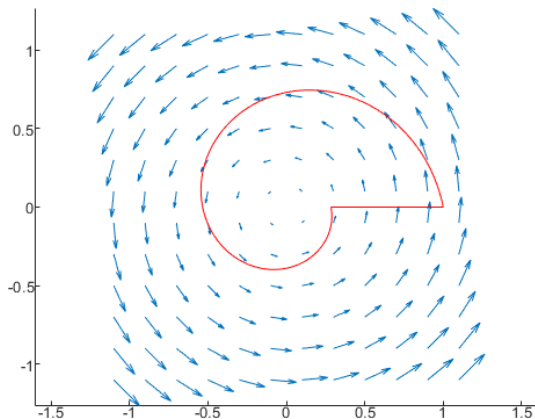


EDs: Integrales sobre curvas

Las etapas de esta práctica son:

- Conceptual: Integrales de funciones sobre curvas, circulaciones de campos a lo largo de curvas, teorema de Green, regla de los trapecios, paso de integración
- Formal: Comandos `trapez` y `quadl` para calcular, comandos `meshgrid` y `quiver` para dibujar campos
- Básica: Cálculo de integrales “sencillas”
- Avanzada: Cálculo de áreas por Green
- Posterior: Cálculo de promedios, masas, momentos de inercia, cargas, etc.

ED: Integrales sobre curvas (Green)



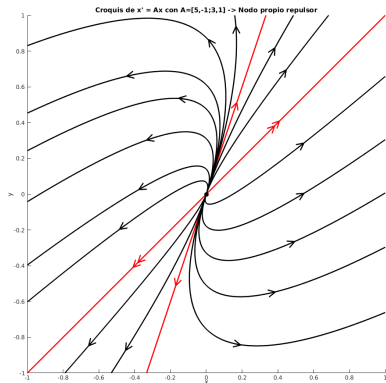
La región $r \leq Re^{-a\theta}$, $\theta = [0, 2\pi]$, tiene área $R^2 \frac{1-e^{4\pi a}}{4a}$

EDs: Resolución de un PVI

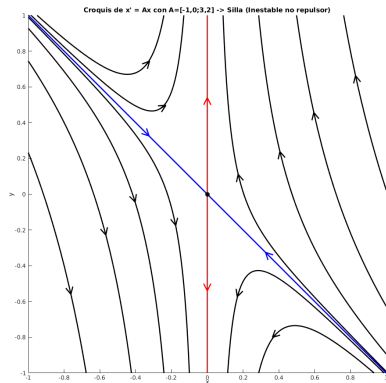
Las etapas de esta práctica son:

- Conceptual: PVI, método de Euler, paso de integración, orden de un método
- Formal: Comando `ode45` y sus opciones (para el método RK45), función `odeEuler.m` (para el método de Euler), interacción con el ratón
- Básica: Resolución de EDOs de primer orden
- Avanzada: Resolución de sistemas de EDOs de primer orden y de EDOs de orden n
- Posterior: Clasificación y croquis de sistemas de EDOs lineales homogéneos de primer orden a coeficientes constantes

EDs: Resolución de un PVI (Croquis de SLHs)



Nodo propio repulsor



Silla

EDs: Familias de PVI

Las etapas de esta práctica son:

- Conceptual: Evolución de una curva (o conjunto) de condiciones iniciales, teorema de Liouville
- Formal: Más opciones del comando `ode45`, creación de videos
- Básica: Evolución de curvas en algunos casos sencillos
- Avanzada: Cálculo de la evolución del área encerrada por una curva de condiciones iniciales
- Posterior: Creación de videos mostrando la evolución simultánea de un conjunto de condiciones iniciales

EDs: Familias de PVI (video platelmintos)

- Consideramos el sistema no lineal 2D autónomo

$$\begin{cases} x' &= -\omega y + \frac{v(r-x)}{\sqrt{(r-x)^2 + y^2}} \\ y' &= \omega x - \frac{vy}{\sqrt{(r-x)^2 + y^2}} \end{cases}$$

donde r , ω y v son parámetros positivos tales que $v < \omega r$.

- Hay un único punto de equilibrio (x_0, y_0) en el interior del círculo de radio r centrado en el origen
- El interior del círculo es una región invariante
- El punto de equilibrio es un atractor global

Web

- Web: numfactory.upc.edu
- Blog: numfactory.upc.edu/blog
- Guiones: numfactory.upc.edu/web/NumFact.html
- Esta charla:
numfactory.upc.edu/xerrades/RRR-CastroUrdiales19.pdf
- Contacto coordinador: Toni.Susin@upc.edu
- Contacto “speaker”: Rafael.Ramirez@upc.edu

